

# The Cost of Sustained Yields in *Araucaria araucana*: an Application of an Uneven-Aged Matrix Model.

Félix Modrego<sup>1</sup>, Oscar Melo<sup>2</sup> y Horacio Gilabert<sup>3</sup>

omelo@uc.cl

## ABSTRACT

A matrix model for an uneven-aged *Araucaria araucana* forest was constructed using permanent plot data and a simulation algorithm. The model was used to evaluate three alternative management criteria: maximization of the annual periodic increment in volume, the optimal stocking rule for uneven-aged stands and the maximization of the land expected value (LEV). We obtain corner solutions in the sense that the first criteria yields rotation lengths as short as the minimum growth interval of our model and the LEV yields the highest extraction that will allow the regeneration of the forest. The results also show that the most adequate management strategy for the specie from a technical and economic point of view is the maximization of the LEV. The optimal management is carried out in a 340 years rotation that gives a LEV of 105.791,1 US\$/ha using a discount rate of 6%, a fixed cost of 1543,5 US\$/ha and considering no environmental externalities. The cost of imposing a sustained yield was estimated at 35.625,8 US\$/ha. This evidence suggests that if a derogation of its protected specie status is intended, the incentives to avoid a sustainable management are quite high. Therefore any effort to impose a restricted management will require high compensation or strict and expensive enforcement.

---

<sup>1</sup> Master student at the Department of Agricultural Economics, PUC Chile

<sup>2</sup> Professor at the Department of Agricultural Economics, PUC Chile

<sup>3</sup> Professor at the Department of Forestry Engineering, PUC Chile

## INTRODUCCIÓN.

La Araucaria (*Araucaria araucana* (Mol.) Koch) es una especie arbórea endémica de los bosques templados de Chile y Argentina. En Chile se encuentra en dos zonas claramente definidas, la primera en la precordillera andina entre los 37° 30' y 40° 03' L. S. y la segunda en la Cordillera de Nahuelbuta (37° 40' - 38°40' L. S.). La superficie total del tipo forestal Araucaria alcanza las 261.073,1 hectáreas (CONAF-CONAMA, 1997), de las cuales cerca de 35 mil poseen condiciones de uso y una estructura de propiedad que permiten su aprovechamiento productivo (Laroze y Jones, 1999).

Aún siendo la Araucaria una especie de muy lento crecimiento, su longevidad y el alto valor de su madera la convierten en un recurso de enorme potencial económico. Laroze y Jones (1999) estiman el valor comercial maderable de los bosques de propiedad privada de la especie en 994 millones de dólares, para un horizonte de planificación de 40 años. El stock de volumen total aprovechable calculado, por su parte, alcanza aproximadamente los 9,7 millones de m<sup>3</sup>.

La rápida disminución y degradación de la superficie con presencia de estos bosques sumado a su alto valor patrimonial, motivó al Estado Chileno a proteger la especie mediante una serie de disposiciones legales tendientes a restringir su aprovechamiento. Desde el año 1990 a la fecha, la normativa vigente es el Decreto Supremo N° 43 del Ministerio de Agricultura, que consagra el carácter de Monumento Natural de la Araucaria impidiendo su extracción en toda su área de distribución.

El considerable potencial económico de este recurso junto con el mayor conocimiento científico alcanzado respecto de su dinámica y manejo, deja abierta la discusión acerca de la conveniencia de mantener la especie bajo la categoría de conservación actual. Por esto, surge la motivación de abordar el problema del aprovechamiento sustentable del recurso desde una perspectiva silvícola y económica, apuntándose a la generación de esquemas de manejo rentables y que posibiliten la conservación de estos bosques en el tiempo.

Los bosques naturales de *Araucaria araucana* presentan una estructura multietánea, es decir individuos de diversas clases de edad y por ende estados de desarrollo. Esta

situación hace más complejas las decisiones relativas a su manejo, al ser necesario decidir no sólo el momento óptimo de cosecha, sino también el número de árboles a cosechar y mantener en pie en cada clase.

El uso de modelos de crecimiento y rendimiento permite facilitar el estudio de la dinámica y crecimiento de los bosques y simular el impacto de distintas decisiones sobre el recurso, pudiendo ser lo suficientemente precisos y realistas en sus proyecciones aún a pesar de su limitado ámbito y falta de generalidad (Vanclay, 1995). A una categoría especial de modelos de crecimiento particularmente adecuados para el estudio de bosques multietáneos y multiespecies, corresponden aquellos basados en matrices de transición. Estos modelos se caracterizan por su simplicidad conceptual, su relativa facilidad de implementación y por su capacidad de entregar proyecciones satisfactorias, aún cuando éstas pueden ser inexactas en el largo plazo o en rodales bajo condiciones muy diversas (Vanclay, 1995).

En el ámbito forestal, los modelos matriciales han sido ampliamente utilizados para la proyección del crecimiento de rodales multietáneos, existiendo aplicaciones en poblaciones de *Sequoia sempervirens* D. Don (Bosch, 1971), bosques tropicales (Favrichon, 1998; Picard *et al.*, 2002) y bosques mixtos de latifoliadas. (Solomon *et al.*, 1986). Más aún, el uso de modelos matriciales ha permitido la evaluación de alternativas de manejo para rodales multietáneos. En esta línea destacan los trabajos pioneros de Usher (1966, 1969a, 1969b, 1976), quien desarrolla un modelo para generar esquemas de máximo rendimiento sostenido en bosques de *Pinus sylvestris* L.

Basándose en los trabajos de Usher (1966, 1969a, 1969b, 1976), Buongiorno y Michie (1980) desarrollan un modelo matricial para el manejo de un bosque de latifoliadas de la región centro-norte de Estados Unidos. Michie (1985) extiende el estudio anterior para analizar el valor del suelo forestal bajo distintas alternativas de manejo del bosque. Michie y McCandless (1986) realizan una valoración del suelo forestal para un bosque mixto coetáneo de *Quercus spp.-Carya spp.* manejado con un esquema de regeneración natural.

Los trabajos más recientes en esta línea se han centrado en el perfeccionamiento de las formulaciones de Usher (1966) y de Buongiorno y Michie (1980). Solomon *et al* (1986)

elaboran un modelo matricial en dos etapas para el estudio de la dinámica de bosques de latifoliadas en la región Noreste de Estados Unidos. Kaya y Buongiorno (1987) utilizan un modelo matricial para evaluar decisiones de manejo bajo incertidumbre. Buongiorno *et al.* (1995) por su parte, desarrollan un modelo matricial para modelar la dinámica de bosques multietáneos y multiespecies en la zona de la Jura Francesa, que es además utilizado para la evaluación del manejo del bosque bajo criterios ecológicos y económicos alternativos. Aplicaciones posteriores incluyen el desarrollo de modelos con regeneración estocástica (Favrichon, 1998), modelos no lineales con probabilidades de transición dependientes del estado del rodal (Ralston *et al.* 2003), modelos mixtos con componentes matriciales y de árbol individual (Picard *et al.*, 2002) y modelos matriciales de segundo orden, en los cuales el estado del rodal en un momento del tiempo depende del estado en los dos períodos anteriores (Picard *et al.* 2003).

El objetivo de este trabajo es contribuir a responder la interrogante acerca de la posibilidad de manejar los bosques de *Araucaria araucana* de forma rentable y ecológicamente sustentable y adicionalmente estimar el costo económico privado asociado a imponer al manejo la condición de rendimiento sostenido. Para este propósito, se desarrolla un modelo matricial basado en el trabajo de Buongiorno y Michie (1980), el cual es utilizado para comparar tres criterios alternativos de manejo, los cuales son la maximización del incremento periódico anual, la regla de stock óptimo para rodales multietáneos y la maximización del valor esperado del suelo. El modelo contribuirá a definir una estrategia óptima económica de manejo sustentable para bosques multietáneos de *Araucaria*, cuyos ingresos servirán como referencia para realizar una estimación de los costos económicos privados asociados al manejo sustentable de estos bosques.

Los antecedentes generados en este trabajo permitirán enriquecer la discusión acerca de la necesidad de mantener la especie bajo su categoría de conservación actual, al entregar propuestas de manejo concretas y estimaciones de ingresos económicos útiles para la toma de decisiones de aprovechamiento del recurso.

## MODELO MATRICIAL PARA BOSQUES MULTITETÁNEOS.

La construcción de un modelo matricial de transición para bosques multietáneos supone la agrupación de los árboles en  $n$  clases diamétricas. En particular se utiliza el diámetro a altura de pecho ( $d$ ) para describir el grado de desarrollo de cada árbol y generar las clases diamétricas. El estado de la población en un momento dado del tiempo  $t$  queda descrito por el vector columna de dimensión  $(n \times 1)$   $\mathbf{y}_t = [y_{it}]$ , con  $i = 1, \dots, n$ , donde el elemento  $y_{it}$  representa el número de individuos vivos pertenecientes a la clase diamétrica  $i$  en el momento  $t$ .

Se considera un período de crecimiento de duración  $\theta$  en que los árboles dentro de la clase  $i$  pueden permanecer en la misma clase, pasar a la clase inmediatamente superior, ser cosechados o morir.

Se define la variable  $h_{it}$  como el número de árboles pertenecientes a la clase  $i$  que son cosechados durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \theta]$ , lo que permite representar la cosecha total del rodal en un período utilizando el vector columna de orden  $(n \times 1)$ .

$$\mathbf{h}_t = [h_{it}], \quad i = 1, \dots, n$$

El modelo de Buongiorno y Michie (1980) supone una probabilidad constante en el tiempo ( $a_i$ ) que un árbol perteneciente a la clase  $i$  que no fue cosechado en el período  $\theta$ , siga vivo y perteneciendo a la misma clase en el momento  $t + \theta$ , es decir al inicio de un nuevo período de crecimiento. También se incluye una probabilidad constante en el tiempo, ( $b_i$ ) que un árbol perteneciente a la clase  $i - 1$  en el momento  $t$ , pase a formar parte de la clase  $i$  en el momento  $t + \theta$ . Se define además la mortalidad individual,  $m_i$ , como la probabilidad que un individuo perteneciente a la clase  $i$  en el momento  $t$  que no es cosechado, muera en el intervalo  $[t, t + \theta]$ . Este coeficiente se vincula con los anteriores mediante la siguiente relación:  $m_i = 1 - a_i - b_{i+1}$ , para  $i = 1, \dots, n - 1$  y  $m_n = 1 - a_n$ .

La entrada de nuevos individuos en el modelo se estima a través de una función de regeneración esperada, que describe el número de árboles que se incorporan a la menor

clase diamétrica durante el intervalo de duración  $\theta$ . En este trabajo se probaron diferentes especificaciones para la función de regeneración esperada. La que entregó un modelo de mejores proyecciones respecto a la dinámica de largo plazo descrita para la especie (Veblen, 1982; Burns, 1993), fue la ecuación propuesta por Ralston et al. (2003), donde la regeneración esperada es una función lineal exclusivamente del área basal residual del rodal. Se define por tanto la siguiente ecuación de regresión para estimar la regeneración esperada:

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 ABR_t + \mu_t, \quad (1)$$

donde:

- $h_t$  representa el número esperado de árboles que regeneran en un intervalo de duración  $\theta$ ,

- $ABR_t = \sum_{i=1}^n B_i (y_{it} - h_{it})$  representa el área basal residual del rodal (con

$B_i$  representando el área basal del árbol promedio de la clase  $i$ ),

- $\beta_0$  y  $\beta_1$  son coeficientes de regresión y

- $\mu_t$  representa un término de error estocástico.

Los parámetros de la regresión representan la regeneración máxima posible de obtener en una situación sin área basal residual y el efecto marginal de la densidad sobre la regeneración respectivamente. Se espera que los signos de los parámetros  $\beta_0$  y  $\beta_1$  sean positivo y negativo respectivamente, de forma de permitir un mecanismo de estabilización natural que haga disminuir la regeneración al aumentar la densidad del rodal. Esta propiedad conduce hacia una estructura de equilibrio dinámico para rodales inalterados, comparable al clímax ecológico. La trayectoria hacia esta condición puede, sin embargo, variar considerablemente para diferentes situaciones, dependiendo del estado inicial del rodal y de los valores de las variables y parámetros del modelo Buongiorno y Michie, 1980).

Considerando las probabilidades de transición, mortalidad y regeneración, es posible modelar la dinámica del rodal como un sistema de  $n$  ecuaciones de diferencia que

describe el estado del rodal en el momento  $t + \theta$  y que puede ser expresado matricialmente de la siguiente manera:

$$\mathbf{y}_{t+\theta} = \mathbf{G}(\mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t) + \mathbf{c}, \quad (2)$$

donde:

$$\begin{aligned} d_1 &= a_1 + \beta_1 B_1, \\ d_i &= \beta_1 B_i \quad \forall i > 1. \end{aligned}$$

La matriz  $\mathbf{G}$  representa la matriz de transición de orden  $(n \times n)$  y  $\mathbf{c}$  es un vector columna de regeneración máxima de orden  $(n \times 1)$ , ambos conformados por constantes:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_n \\ b_2 & a_2 & & \\ & b_3 & a_3 & \\ & & & \vdots \\ & & & b_n & a_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

## TRATAMIENTO DE LOS DATOS.

En el marco del proyecto CONAF/PNUD/FAO "Estudio de Regeneración del Tipo Forestal Araucaria", se estableció entre los años 1981 y 1982 una red de parcelas permanentes en bosques mixtos de *Araucaria araucana-Nothofagus pumilio* en la zona de Lonquimay, IX Región de Chile. Las parcelas tienen un tamaño de una hectárea (100 X 100 m) y una separación de 20 m entre sí. Estas parcelas fueron sometidas en el año 1982 a cortas selectivas de distintas intensidades para el estudio del crecimiento y de la regeneración del bosque bajo distintas intensidades de manejo (Donoso, 1990).

Debido a la imposibilidad de acceder a la información detallada de estas parcelas permanentes, se simuló el estado inicial de la población de Araucaria y sus procesos de

regeneración, crecimiento y muerte en base a información disponible en los trabajos de Donoso (1990) y Muñoz (2000). El algoritmo desarrollado se describe en el trabajo de Modrego (2005) y se basa en la generación aleatoria de los diámetros de cada árbol al interior de cada parcela, en un algoritmo de mortalidad estocástico frecuente en los modelos de *gap* (Hawkes, 2000) y a la utilización de funciones de incremento diamétrico dependientes del diámetro de cada árbol.

La metodología desarrollada simula de forma anual la evolución de un estado inicial que correspondería al inventario realizado en 1982 por un período de 10 años, de forma de obtener la condición que se registraría el año 1992. El intervalo de 10 años ( $\theta$ ) fue establecido arbitrariamente para efectos de la construcción del modelo matricial, de forma de facilitar la prescripción de tratamientos silviculturales en la siguiente etapa de este trabajo. La simulación fue repetida mil veces para cada tratamiento y los coeficientes fueron determinados como los promedios de las tres mil observaciones generadas. A partir de estos resultados se pudo generar la información necesaria para la construcción del modelo.

## **RESULTADOS Y DISCUSIÓN.**

### *Estimación del modelo matricial.*

Se construyó un modelo de 19 clases diamétricas de 10 cm de rango, que van desde un diámetro de 20 a 30 cm, hasta 200 cm y más. En la Tabla 1 se reporta las probabilidades calculadas de mortalidad ( $m_i$ ), de permanencia ( $a_i$ ) y de avance ( $b_i$ ) para cada clase, junto con sus respectivos errores estándar.



**Tabla 1.** Resultados de la estimación y errores estándar de las probabilidades de mortalidad y transición para cada clase diamétrica.

Clase diamétrica (cm)	$m_i$	Error estándar ( $m_i$ )	$b_i$	Error estándar ( $b_i$ )	$a_i$	Error estándar ( $a_i$ )
25	0,038	0,034	-	-	0,812	0,110
35	0,030	0,043	0,150	0,096	0,827	0,116
45	0,026	0,049	0,142	0,105	0,836	0,126
55	0,022	0,038	0,138	0,115	0,843	0,113
65	0,018	0,051	0,135	0,104	0,856	0,145
75	0,017	0,048	0,126	0,137	0,859	0,128
85	0,014	0,048	0,124	0,120	0,868	0,142
95	0,015	0,089	0,118	0,135	0,873	0,231
105	0,011	0,080	0,112	0,218	0,871	0,262
115	0,015	0,111	0,118	0,252	0,887	0,269
125	0,010	0,076	0,098	0,250	0,889	0,258
135	0,006	0,043	0,101	0,250	0,898	0,167
145	0,008	0,043	0,096	0,163	0,890	0,158
155	0,015	0,111	0,103	0,154	0,876	0,256
165	-	-	0,109	0,236	0,871*	-
175	0,004	0,063	0,120*	-	0,866	0,341
185	-	-	0,130	0,336	0,852*	-
195	-	-	0,120**	-	0,859*	-
205	0,001	0,032	0,123**	-	0,825	0,380

\* indica probabilidades de transición obtenidas por interpolación lineal.

\*\* indica probabilidades de transición extrapoladas utilizando una media móvil de tres clases.

Debido a la inexistencia de individuos en las clases de 165, 185 y 195 cm. en las tablas de rodal iniciales, no se pudo obtener sus probabilidades de mortalidad y transición a partir de los datos generados. Las probabilidades de permanencia de las clases faltantes fueron obtenidas por interpolación lineal en el rango de clases para las cuales sí se contó con información. En el caso de las probabilidades de transición a la clase superior, éstas se determinaron por interpolación lineal para la clase de 165 cm. y extrapolando mediante

una media móvil de tres clases para las de 185 y 195 cm., dado que no existe una probabilidad de avance para la última clase (205 cm.) que sirva como cota para la interpolación.

Se puede apreciar en la Tabla 1 que el parámetro de mortalidad tiende a decrecer al aumentar la clase, mostrando un comportamiento acorde con el factor ponderador utilizado. La probabilidad de avance a la siguiente clase tiende a disminuir al aumentar la clase diamétrica, para luego aumentar a partir de la clase 145 cm. La probabilidad que un árbol sobreviva y se mantenga en la misma clase, en cambio, muestra un comportamiento contrario al anterior al ser en un inicio creciente y luego decreciente.

Los resultados obtenidos para las probabilidades de transición contrastan con el patrón ideal de crecimiento en forma de S obtenido en bosques de latifoliadas por Buongiorno y Michie (1980) y que también ha sido descrito para *Araucaria araucana* (Mujica, 2003). Este estaría dado por probabilidades de avance crecientes para las clases inferiores, estables para las centrales y decrecientes para las superiores. El comportamiento aquí presentado puede explicarse por las funciones de incremento diamétricas utilizadas (Muñoz, 2000), las cuales son decrecientes respecto al diámetro en las parcelas intervenidas, y crecientes en la parcela control.

Los resultados de la estimación de la ecuación de regeneración obtenidos por el método de mínimos cuadrados ordinarios se presentan en la Tabla 2. Se aprecia en la el alto grado de significancia global del modelo ( $P_F < 0,01$ ) y de los coeficientes de forma individual ( $P_t < 0,01$  en ambos casos). Por otra parte, el grado de bondad de ajuste es bajo ( $R^2 = 0,32$ ), lo cual puede ser indicio de falta de variables explicativas relevantes.

**Tabla 2.** Resultados de la estimación de la función de regeneración esperada.

Variable	Coefficiente	Error Estándar	Valor p
Área basal residual	-0,479	0,129	0,000
intercepto	39,218	0,578	0,000
$R^2 = 0,32$		Probabilidad > F = 0,0000	

Respecto de la estimación puntual de los coeficientes de la regresión, cabe señalar que el signo de los coeficientes de la regresión es concordante con lo establecido en el modelo teórico ( $\beta_0 > 0$ ,  $\beta_1 < 0$ ). Esto posibilita la existencia de un mecanismo de feedback denso-dependiente que evita el crecimiento exponencial del número de individuos al interior de cada clase y permite por tanto la obtención de esquemas de manejo globalmente óptimos (Buongiorno y Michie, 1980).

#### *Validación del modelo.*

Los resultados obtenidos permiten construir la matriz de transición  $\mathbf{G}$  y el vector de regeneración máxima  $\mathbf{c}$  del sistema matricial. Una vez determinados sus coeficientes, puede utilizarse el modelo para simular la evolución del bosque en condiciones naturales estableciendo un vector de cosecha nulo en (2):

$$\mathbf{y}_{t+\theta} = \mathbf{G}\mathbf{y}_t + \mathbf{c}. \quad (3)$$

Este sistema lineal de  $n$  ecuaciones de diferencias no homogéneas de coeficientes constantes puede resolverse a partir de una condición inicial del rodal ( $\mathbf{y}_0$ ), de forma de obtener el estado del mismo después de  $k$  períodos de crecimiento de duración  $\theta$ . Para esto puede obtenerse una solución recursiva iterando (3) o alternativamente una general que toma la siguiente forma

$$\mathbf{y}_{k\theta} = \mathbf{G}^k \mathbf{y}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{G}^i \mathbf{c}. \quad (4)$$

La condición de equilibrio dinámico ( $\mathbf{y}^*$ ) se define como aquella estructura que una vez alcanzada se mantiene constante en todo momento del tiempo (Buongiorno y Michie, 1980). Esta estructura satisface la condición  $\mathbf{y}_t = \mathbf{y}_{t+\theta} = \mathbf{y}^* \quad \forall t$ .

Introduciendo la condición de estado estacionario en (3), el equilibrio dinámico queda definido de la siguiente manera:

$$\mathbf{y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{G})^{-1} \mathbf{c}, \quad (5)$$

donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad de orden  $n$ . Se desprende de (5) que el equilibrio no depende de la condición inicial, sino de las características del crecimiento y la regeneración representadas por la matriz  $\mathbf{G}$  y el vector  $\mathbf{c}$  (Buongiorno y Michie, 1980).

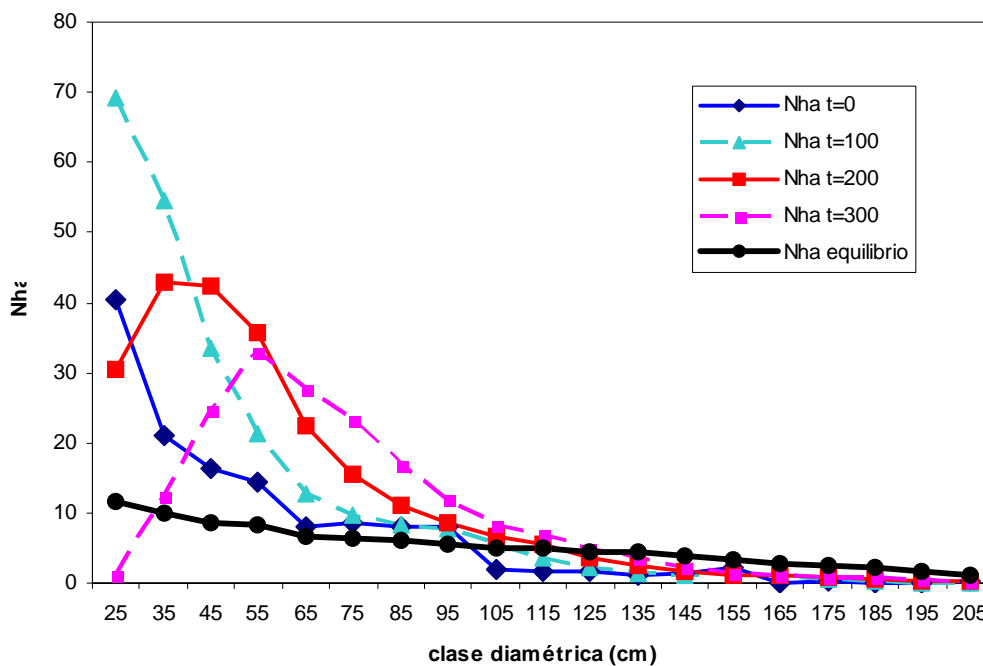
De contarse con datos de inventarios de parcelas permanentes podría compararse la estructura predicha por el modelo con la estructura realmente observada, como una forma de validación de corto plazo del mismo (Ralston *et al.*, 2003). De todas formas es posible realizar una validación de largo plazo comparando la estructura de equilibrio dinámico proyectada con estructuras reales observadas en bosques maduros inalterados. Aún cuando la capacidad predictiva del modelo debiera decrecer en el largo plazo, se espera que éste refleje un comportamiento que se ajuste a la dinámica característica de los bosques de *Araucaria araucana*. En ese sentido, el modelo estimado debiera conducir en el largo plazo a distribuciones diamétricas acordes a las del tipo J inversa descritas para la especie en estados sucesionales avanzados (Veblen, 1982; Burns, 1993).

Para simular la dinámica de un rodal de *Araucaria araucana*, se requirió especificar una condición inicial (vector  $\mathbf{y}_0$  en 3). Se utilizó como vector de partida, una estructura promedio de las parcelas utilizadas para construir el modelo. En la Figura 1 se muestran las estructuras proyectadas de forma iterativa utilizando la ecuación (3) y la distribución diamétrica de equilibrio obtenida con la condición (5). En determinados momentos del tiempo se obtuvo un número negativo de árboles en algunas clases, lo cual es producto de la función de regeneración utilizada que puede tomar valores negativos ante una elevada área basal total del rodal. Por esta razón, se impuso en la iteración una cota mínima para el número de árboles en la primera clase igual a  $a_1 y_{1t}$ . Esta cantidad representa el mínimo número de árboles para dicha clase al inicio del siguiente período de crecimiento, dada su probabilidad de permanencia calculada y sin regeneración (Buongiorno y Michie, 1980).

Se aprecia que las estructuras obtenidas para los distintos períodos de proyección en general se ajustan a lo observable en condiciones naturales, a excepción quizás de la

estructura alcanzada a los 300 años, la cual presenta muy pocos individuos en las clases inferiores. Esta situación se produce porque el rodal alcanza un área basal muy elevada que dificulta la regeneración y por ende decae el número de árboles en las clases iniciales.

Una dinámica caracterizada por un patrón oscilatorio de este tipo es determinada por la existencia de valores propios complejos en la matriz de transición y también por la presencia de una entrada oscilatoria (Edwards, 2000), esta última dada por la regeneración dependiente del área basal variable. Se reconoce como limitación de los modelos dinámicos lineales de probabilidades de transición constantes, el generar proyecciones definidas por un patrón demasiado regular y con ciclos de período constante (Edwards, 2000). El ajuste de modelos con probabilidades de transición dependientes del estado del rodal (Ralston *et al.*, 2003) puede mejorar considerablemente las proyecciones de largo plazo, al permitir proyecciones más precisas de su comportamiento dinámico aún en el largo plazo.



**Figura 1.** Estructura de una hectárea promedio de *Araucaria araucana* para distintos períodos de proyección.

Se aprecia en la Figura 1 la forma aplanada de la estructura de equilibrio, lo cual se debe al hecho que el modelo considera sólo los árboles a partir de los 20 cm de diámetro, dejando fuera gran cantidad de individuos de diámetros inferiores. De todas formas, el modelo refleja de manera adecuada una estructura tipo J invertida esperable para la especie en una condición de equilibrio dinámico.

Se aprecia también que a diferencia de algunos estudios anteriores (Buongiorno y Michie, 1980; Ralston *et al.*, 2003), no se obtuvo una estructura de equilibrio en forma de U por la acumulación de un alto número de individuos en la última clase diamétrica. Este hecho constituye un problema frecuente en las proyecciones de largo plazo de los modelos matriciales, particularmente cuando la distribución diamétrica se trunca en diámetros muy inferiores al crecimiento máximo de la especie.

Para validar más formalmente el modelo, se obtuvo de Donoso (1990), Laroze y Jones (1999) y Gilabert (2000) doce tablas de rodal observadas que concuerdan con la definición de las clases utilizadas en este estudio. A partir de estas tablas de rodal se obtuvieron las proporciones de individuos en cada clase sobre el total de árboles por hectárea, de forma de construir un intervalo de confianza para dichas proporciones. La Tabla 3 resume el resultado de la construcción de dichos intervalos.

**Tabla 3.** Proporción predicha y observada e intervalo de confianza para la proporción de árboles de *Araucaria araucana* presentes en cada clase diamétrica.

Clase diamétrica (cm.)	Proporción promedio observada	Error estándar proporciones observadas	Limite inferior (95% confianza)	Límite superior (95% confianza)	Proporción equilibrio
25	0,177	0,028	0,116	0,237	0,116*
35	0,126	0,019	0,083	0,168	0,101*
45	0,090	0,011	0,066	0,114	0,087*
55	0,083	0,013	0,055	0,111	0,084*
65	0,071	0,010	0,048	0,093	0,067*
75	0,064	0,012	0,037	0,090	0,064*
85	0,087	0,014	0,057	0,116	0,060*
95	0,065	0,009	0,046	0,084	0,056*
105	0,041	0,008	0,023	0,059	0,049*
115	0,052	0,009	0,032	0,071	0,051*
125	0,049	0,019	0,008	0,090	0,045*
135	0,036	0,012	0,009	0,062	0,045*
145	0,024	0,009	0,005	0,043	0,039*
155	0,008	0,005	-0,002	0,018	0,033*
165	0,019	0,005	0,008	0,029	0,028*
175	0,008	0,005	-0,002	0,018	0,025
185	0,003	0,002	-0,001	0,007	0,022
195	0,001	0,001	-0,001	0,002	0,016
205	0,001	0,001	0,000	0,003	0,011

\*Indica que la proporción predicha se encuentra dentro de los límites del intervalo de confianza.

Se aprecia que la estructura de equilibrio del modelo se encuentra dentro de los límites definidos a un 95% de confianza, con excepción de las últimas cuatro clases. En dichas clases, se aprecia que la proporción predicha por el modelo está por sobre el límite superior del intervalo de confianza construido sobre la base de datos reales, lo que se debe a que sólo unas pocas parcelas registran árboles de más de 170 cm diámetro. En

conclusión, en 15 de las 19 clases diamétricas constituyentes del modelo, no existe evidencia estadística para rechazar la frecuencia de equilibrio del modelo respecto de una frecuencia promedio de 12 estructuras reales encontradas en diversas condiciones de crecimiento. Se considera por tanto, que las proyecciones de largo plazo del modelo matricial ajustado se ajustan a lo observado en condiciones naturales para la especie.

*Regímenes óptimos de manejo bajo rendimiento sostenido.*

El criterio óptimo de manejo pasa por maximizar alguna función que represente los objetivos de manejo para el bosque en un horizonte de planificación dado. Se consideran como variables de decisión el stock y la cosecha en cada clase diamétrica, es decir los vectores  $\mathbf{y}^*$  y  $\mathbf{h}^*$ . La mantención de una determinada estructura de equilibrio permite la sustentabilidad ecológica del sistema, por lo que es impuesta como una restricción al problema de optimización.

Partiendo de la ecuación (2) y ahora generalizándola para un ciclo de corta en que la cosecha es aplicada cada  $\gamma\theta$  años y a inicio de cada período, el estado del rodal al final de la rotación queda descrito por:

$$\mathbf{y}_{t+\gamma\theta} = \mathbf{G}^\gamma(\mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t) + \sum_{i=0}^{\gamma-1} \mathbf{G}^i \mathbf{c}. \quad (6)$$

La condición de rendimiento sostenido puede lograrse imponiendo una estructura de equilibrio  $\mathbf{y}_t = \mathbf{y}_{t+\gamma\theta} = \mathbf{y}^*$ , junto con una cosecha de equilibrio  $\mathbf{h}_t = \mathbf{h}_{t+\theta} = \mathbf{h}^*$ . El stock de estado estacionario queda por tanto descrito mediante la siguiente igualdad:

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{G}^\gamma(\mathbf{y}^* - \mathbf{h}^*) + \sum_{i=0}^{\gamma-1} \mathbf{G}^i \mathbf{c}, \quad (7)$$

y la cosecha de equilibrio se obtiene despejando  $\mathbf{h}^*$  de (7):

$$\mathbf{h}^* = (\mathbf{G}^\gamma)^{-1}(\mathbf{G}^\gamma - \mathbf{I})\mathbf{y}^* + (\mathbf{G}^\gamma)^{-1} \sum_{i=0}^{\gamma-1} \mathbf{G}^i \mathbf{c}. \quad (8)$$



Esta solución de estado estacionario permitirá un manejo sustentable sólo en la medida que  $\mathbf{h}^* \leq \mathbf{y}^*$  y que  $\mathbf{h}^* \geq 0$ .

En definitiva el problema de decisión que enfrenta el planificador forestal puede expresarse de la siguiente manera:

$$\underset{\{\mathbf{h}^*, \mathbf{y}^*\}}{\text{Max}} Z = Z(\mathbf{h}^*, \mathbf{y}^*)$$

s.a :

$$\mathbf{G}^\gamma \underline{\mathbf{h}} + (\mathbf{I} - \mathbf{G}^\gamma) \underline{\mathbf{y}}^* = \sum_{i=0}^{\gamma-1} \mathbf{G}^i \mathbf{c} \quad (9)$$

$$\mathbf{y}^* - \mathbf{h}^* \geq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{h}^* \geq \mathbf{0}.$$

Donde  $Z$  corresponde a la función que se pretende maximizar y que representa los objetivos particulares de manejo del planificador.

En este trabajo se comparan tres alternativas de manejo aplicables a rodales multietáneos de *Araucaria araucana*, que pueden modelarse como variantes de la función objetivo  $Z$  del problema de programación lineal (9). El objetivo es determinar la factibilidad técnica y la optimalidad económica de cada uno de ellos, de forma de establecer el más adecuado para la situación de estudio.

Para la obtención de las estructuras y cosechas óptimas para cada esquema de manejo propuesto, se obtuvieron datos de volúmenes aprovechables y valores netos de costos variables para los árboles pertenecientes a las distintas clases diamétricas del trabajo de Laroze y Jones (1999). Los valores netos en US\$ fueron actualizados al año 2004 utilizándose información histórica del tipo de cambio observado entregada por el Banco Central de Chile (2004). El valor neto de la madera de *Araucaria araucana* calculado de esta manera, asciende a aproximadamente 197,7 US\$/m<sup>3</sup>.

Para obtener un valor referencial con el cual realizar el análisis de los distintos manejos, se obtuvieron datos del trabajo de Valdés (1997). Se consideraron para el cálculo de los costos fijos por hectárea, los costos de construcción de caminos de madereo e

infraestructura adicional y los costos de administración general. Estos costos expresados en pesos por pulgada de madera aserrada fueron convertidos a pesos por hectárea usando un factor de conversión de 24 pulgadas por m<sup>3</sup> aserrable y utilizando los volúmenes cosechados por unidad de superficie. Luego fueron convertidos a dólares y actualizados al año 2004 utilizando información histórica del tipo de cambio observado. El resultado de estas conversiones entrega un costo fijo de aproximadamente 1.543,5 US\$/ha.

*Manejo de máximo incremento periódico anual.*

Se considera como primera alternativa de manejo la maximización del incremento periódico anual en volumen (IPA), criterio de manejo bastante frecuente a pesar de no considerar aspectos económicos en su formulación. Este esquema tiene por objetivo determinar la longitud de rotación y la estructura que maximiza la producción media del período, sin considerar parámetros económicos como el precio de la madera, la tasa de interés o los costos de producción. Desde esta perspectiva constituye un criterio estrictamente biológico o técnico.

Utilizando el modelo matricial propuesto por Buongiorno y Michie (1980), la obtención de una condición de equilibrio permite encontrar un vector de estado y de cosecha que maximice el IPA para cada rotación, reestableciendo la condición de equilibrio al cumplirse el ciclo de corta. Esta condición permite plantear la siguiente función objetivo para el problema de optimización (17), suponiendo invariabilidad de los parámetros de crecimiento del rodal entre ciclos de corta:

$$Z = \frac{\mathbf{l}'\mathbf{h}^*}{\gamma\theta}, \tag{10}$$

donde  $\mathbf{l} = (l_1, \dots, l_n)$  constituye un vector columna de orden  $(n \times 1)$  de volúmenes aprovechables para los árboles pertenecientes a las distintas clases diamétricas,  $\mathbf{h}^*$  es el vector de cosecha que maximiza el incremento periódico anual de la suma de todas las clases y  $\gamma\theta$  es la longitud del ciclo de cosecha.

Dado que las soluciones obtenidas se basan en una cosecha igual al crecimiento que devuelve la condición de equilibrio al final del período definido por el ciclo de cosecha, el IPA se calcula como el cociente entre el volumen de cosecha (crecimiento sostenido) y el tiempo entre dos intervenciones consecutivas. La Tabla 4 muestra el volumen de stock y de cosecha y el incremento periódico anual para una hectárea de *Araucaria araucana* manejada bajo un criterio de máximo incremento periódico anual para distintos períodos de rotación.

**Tabla 4.** Volumen de cosecha y del stock de equilibrio e incremento periódico anual en volumen para una hectárea de *Araucaria araucana* manejada bajo un régimen de máximo incremento medio anual para distintos ciclos de cosecha.

Ciclo de cosecha (años)	Volumen cosecha (m <sup>3</sup> /ha)	Volumen stock (m <sup>3</sup> /ha)	IPA (m <sup>3</sup> /ha-año)
10	17,11	210,45	1,71
20	34,22	223,99	1,71
40	68,32	251,01	1,71
80	135,69	304,91	1,70
120	201,43	357,76	1,68
160	265,04	409,15	1,66
200	328,94	413,73	1,64
240	391,38	464,70	1,63
280	451,80	512,57	1,61
320	512,92	529,36	1,60
360	432,73	571,17	1,20
400	258,45	601,56	0,65
440	209,20	623,51	0,48
480	199,86	626,99	0,42
500	199,65	635,68	0,40

Se aprecia en la Tabla 6 que el incremento periódico anual de rendimiento sostenido alcanza un máximo de 1,71 m<sup>3</sup>/ha-año para el ciclo de 10 años. Se observa que el incremento periódico anual decrece lentamente hasta un ciclo de 320 años, para luego

caer violentamente hasta estabilizarse con incrementos bajo los  $0,5 \text{ m}^3/\text{ha-año}$  en los ciclos de 440 años y más. El comportamiento siempre decreciente del IPA se explica pues el crecimiento está condicionado por estructuras que maximizan el volumen posible de cosechar bajo rendimiento sostenido. La ecuación de movimiento (función de crecimiento sostenido) dada por el modelo matricial estimado e impuesta al problema de optimización, determina que estos stocks residuales se caractericen por estar en un nivel de producto marginal decreciente respecto del tiempo y, más concretamente, de productos marginales menores a los incrementos medios de los distintos períodos.

El máximo IPA aquí obtenido es inferior a los crecimientos anuales de entre  $1,77$  y  $2,56 \text{ m}^3/\text{ha}$  reportados en bosques no intervenidos de *Araucaria araucana* en Argentina (Mutarelli, 1966) y a los de entre  $2,0$  y  $2,9 \text{ m}^3/\text{ha}$  en Chile (Ojeda, 1989, Mujica, 2003). También es menor que los crecimientos de bosques intervenidos de entre  $1,8$  y  $2,6 \text{ m}^3/\text{ha}$  en Argentina (Mutarelli y Orfila, 1970) y de entre  $3,3$  y  $3,7 \text{ m}^3/\text{ha}$  en Chile (Mujica, 2003). Estas diferencias se explican dado que los incrementos volumétricos reportados en el presente trabajo se refieren a volúmenes aprovechables, a diferencia de los estudios citados que entregan incrementos en volúmenes brutos. Se considera entonces que dados los valores encontrados en la literatura, los incrementos volumétricos aquí obtenidos se ajustan de forma adecuada a los crecimientos observables para la especie.

Los volúmenes del stock y cosecha de equilibrio son, como era de esperarse, crecientes en el tiempo. Este resultado es producto que con ciclos de cosecha más largos se da al rodal más tiempo de crecimiento para restituir condiciones de equilibrio progresivamente más densas y por ende de mayor volumen. Los volúmenes del stock de equilibrio de los ciclos más largos sirven como patrón de comparación con volúmenes de rodales no intervenidos. Al respecto, éstos se aproximan al 50% de los volúmenes de alrededor de  $1.200 \text{ m}^3/\text{ha}$  entregados por Mujica (2003). Nuevamente, estas diferencias se explican por presentarse aquí volúmenes aprovechables y no brutos y además por considerarse aquí sólo árboles a partir de 20 cm. de diámetro.

#### *La regla de stock óptimo para rodales multietáneos.*

Duerr y Bond (1952) y posteriormente Adams (1976) proponen un criterio de manejo para rodales multietáneos, que permite encontrar distribuciones diamétricas óptimas que

maximizan el valor económico del bosque (VEB), sujeto a una serie infinita de ciclos de corta sobre la base de un rendimiento sostenido. Las estructuras alcanzadas son definidas como eficientes en términos de inversión para todo nivel de stock, dado que entregan un máximo valor presente neto de los retornos para cada nivel alternativo de inversión en el stock en crecimiento.

Buongiorno y Michie (1980) presentan la siguiente versión matricial para la regla de stock óptimo, la cual se incorpora como función objetivo al problema (17):

$$Z = (\mathbf{v}'\mathbf{h}^* - F) / ((1+r)^{\gamma\theta} - 1) - \mathbf{v}'(\mathbf{y}^* - \mathbf{h}^*), \quad (11)$$

donde  $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_n)$  es un vector columna y  $v_i$  representa el valor neto de los costos variables de cosecha de un árbol de la clase  $i$  y  $F$  es el costo fijo de cosecha por hectárea.

Esta función objetivo propuesta inicialmente por Buongiorno y Teeguarden (1973, citado por Buongiorno y Michie, 1980), representa el valor presente del beneficio neto de la cosecha producida cada  $\gamma\theta$  años menos el costo de oportunidad del stock residual dejado después de la primera cosecha, éste último representado por el término  $\mathbf{v}'(\mathbf{y}^* - \mathbf{h}^*)$  en (11).

Los autores señalan como ventaja de esta formulación, la posibilidad de determinar simultáneamente el valor económico del bosque y la distribución diamétrica tanto de la cosecha como del stock remanente. Adicionalmente, se puede resolver el problema para diferentes ciclos de corta variando  $\gamma$ , de forma de encontrar el ciclo que maximice el valor económico del bosque. Destaca la independencia de la cosecha y del rodal residual óptimos respecto del costo fijo de cosecha, aún cuando éste sí afecta la determinación de la longitud óptima del ciclo de cortas bajo este criterio de manejo.

La Tabla 5 detalla el valor económico del bosque (VEB) y el volumen de stock y de cosecha para una hectárea de *Araucaria araucana* manejada bajo la regla de stock óptimo. Se observa que el VEB es negativo para un ciclo de 10 años, al ser el ingreso de la cosechas de rendimiento sostenido inferior al costo fijo de cosecha. El VEB se

maximiza para una rotación de 20 años, con un valor de 568,8 US\$/ha, para luego presentar una caída sostenida hasta alrededor de los 280 años donde el bosque ya no tiene valor económico (VEB = 0 US\$/ha). Para ciclos por sobre los 340 años se obtiene un VEB cada vez más negativo al prolongar la rotación, lo que es producto de la solución óptima que permite la mantención de un stock residual cuyo costo de oportunidad sobrepasa largamente el valor presente de los beneficios de la cosecha.

Se observa también que los volúmenes del stock y cosecha de equilibrio siguen siendo crecientes en el tiempo, aún cuando son considerablemente menores a los obtenidos bajo un criterio de máximo IPA. Esta diferencia, sin embargo tiende a hacerse proporcionalmente menor al aumentar el ciclo de cosecha. Para rotaciones mayores a 320 años, en cambio, los volúmenes del stock y cosecha se hacen muy similares para los dos métodos. Finalmente, cabe destacar el hecho que los volúmenes en pie y de cosecha obtenidos hasta los 320 años para la regla de stock óptimo sean iguales, lo que es producto de la cosecha total de todos los individuos a partir de un diámetro de 20 cm.

**Tabla 5.** VEB, volumen de cosecha y volumen del stock de equilibrio para una hectárea de *Araucaria araucana* manejada bajo la regla de stock óptimo para distintos ciclos de cosecha ( $F = 1.543,5$  US\$/ha,  $r = 6\%$ ).

Ciclo de cosecha (años)	Volumen de cosecha (m <sup>3</sup> /ha)	Volumen stock (m <sup>3</sup> /ha)	VEB (US\$/ha)
10	6,67	6,67	-285,2
20	14,16	14,16	568,8
40	31,62	31,62	507,0
80	76,03	76,03	128,7
120	132,21	132,21	22,6
160	197,75	197,75	3,4
200	270,18	270,18	0,5
240	346,75	346,75	0,1
280	424,60	424,60	0
320	501,09	501,09	0
360	432,73	571,17	-27.365,1
400	258,17	600,73	-67.715,8
440	208,32	615,67	-80.525,1
480	199,84	626,87	-84.415,7
500	197,91	628,40	-85.097,8

*Régimen de máximo valor esperado del suelo.*

El criterio de máximo valor esperado del suelo (VES) propuesto inicialmente por de Faustmann (1842) y generalizado por Chang (1981) para su uso en rodales multietáneos, se basa en la maximización del valor combinado del bosque y del suelo. Concretamente se busca maximizar el valor presente de los ingresos derivados de una serie de infinitas rotaciones madereras.

La versión matricial de la función objetivo en el esquema que maximiza el valor esperado del suelo bajo una condición de rendimiento sostenido es la siguiente:

$$Z = \frac{(\mathbf{v}'\mathbf{h}^* - F)}{1 - (1+r)^{-\gamma\theta}}, \quad (12)$$

es decir el valor presente neto de costos de los beneficios derivados de una serie de infinitas cosechas cíclicas comenzadas en el período inicial y que se repiten cada  $\gamma\theta$  años a perpetuidad.

La Tabla 6 presenta el VES y el volumen de stock y de cosecha para una hectárea manejada bajo un criterio de máximo VES. Se observa que a diferencia de los dos criterios anteriores, el manejo de máximo VES alcanza su óptimo con un ciclo considerablemente más largo, concretamente de 340 años. Este corresponde al momento de máximo volumen de rendimiento sostenido a cosechar del bosque. Hasta esta longitud de ciclo de corta se observa un aumento en el valor marginal del incremento volumétrico respecto del tiempo, aumento que supera el costo de oportunidad de diferir la segunda y siguientes cosechas un período más.

A partir de los 350 años, en cambio, se da una disminución del valor del producto marginal bajo una condición de rendimiento sostenido, pues para ciclos tanto o más largos que éste el modelo predice una caída en el volumen total posible de cosechar. Para ciclos sobre los 340 años, el volumen a extraer decrece debido a que la caída en el número de individuos en las primeras clases diamétricas no alcanza a ser compensada en términos volumétricos por el incremento de individuos en las clases centrales y superiores. Esto es resultado de la elevada área basal que alcanza el rodal, que determina una baja regeneración y por tanto la disminución de la densidad de las primeras clases por el paso de los árboles a clases superiores. De esta forma, el modelo predice que no es posible lograr mayores cosechas sujetas a la mantención de una estructura de equilibrio dinámico.



**Tabla 6.** VES, volumen de cosecha y volumen del stock de equilibrio para una hectárea de *Araucaria araucana* manejada bajo un régimen de máximo VES para distintos ciclos de cosecha ( $F = 1.543,5$  US\$/ha,  $r = 6\%$ ).

Ciclo de cosecha (años)	Volumen de cosecha (m <sup>3</sup> /ha)	Volumen stock (m <sup>3</sup> /ha)	VES (US\$/ha)
10	17,11	210,45	4.165,6
20	34,22	223,99	7.585,4
40	68,32	251,01	13.249,3
80	135,69	304,91	25.520,7
120	201,43	357,76	38.309,1
160	265,04	409,15	50.853,4
200	328,94	413,73	63.481,0
240	391,38	464,70	75.823,3
280	451,80	512,57	87.767,9
320	512,92	529,36	99.849,1
340	542,98	552,70	105.791,1
360	432,73	571,17	83.998,3
400	258,45	601,56	49.545,9
440	209,20	623,51	39.810,1
480	199,86	626,99	37.964,1
500	199,65	635,68	37.923,3

Analizando los resultados en términos del stock y cosecha de equilibrio óptimos, los resultados revelan que los vectores de estructura y de cosecha que maximizan el IPA, son los mismos que maximizan el VES. Este resultado es producto del valor por unidad de volumen constante para los árboles en todas las clases de edad. Por esta razón, se concluye que el óptimo en términos de la estructura y cosecha para ambos criterios se logra al maximizar el volumen a extraer bajo la condición de rendimiento sostenido del bosque para toda longitud de ciclo de corta.

Cabe señalar que en los ciclos más cortos (10 a 160 años) la estructura óptima de los esquemas de máximo IPA y máximo VES se caracteriza por la cosecha completa de

todas las clases a partir de la quinta clase diamétrica (65 cm.), aumentando progresivamente el volumen a cosechar al aumentar el período entre dos intervenciones por permitirse un mayor período de crecimiento y por ende la extracción de clases superiores. En ciclos más largos (200-340 años) se incorporan clases diamétricas inferiores (55, 45 y 35 cm.) a la solución óptima, manteniéndose el patrón de cosechar todo a partir de una clase umbral. En definitiva, la solución óptima para ambos criterios implica cosechar hasta aquella clase cuyo producto marginal sea positivo bajo una condición de rendimiento sostenido.

Para el ciclo que maximiza el VES (340 años) la solución óptima implica una cosecha bastante fuerte, de alrededor de un 91,2% del total de individuos y un 98,2% del total del volumen del stock sobre 20 cm. de diámetro. Este tipo de manejo podría aproximarse a lo que en términos silviculturales se entiende por método de árbol semillero. Aún cuando esta intensidad de cosecha puede parecer exageradamente alta, el largo intervalo de tiempo hasta la siguiente intervención permite pensar que si la regeneración es capaz de establecerse, el bosque sería capaz de crecer lo suficiente para alcanzar una condición cercana al equilibrio. De todas formas, la sustentabilidad de un esquema de este tipo resulta incierta, pues aún cuando se ha descrito la capacidad de la especie para repoblar sitios fuertemente alterados por perturbaciones exógenas (Veblen, 1982), la evidencia empírica también indicaría la posibilidad de una disminución de la regeneración bajo condiciones de baja densidad (Mujica, 2003).

Destaca el hecho que para la longitud óptima de rotación (340 años), se obtiene la cosecha parcial de una de las clases, en este caso la clase de 35 cm. Este resultado indicaría que estos pocos árboles residuales constituirían el mínimo stock necesario para reestablecer el equilibrio dinámico en dicho período. Para ciclos por sobre los 340 años el esquema de cosecha cambia completamente, caracterizándose por cosechar las clases inferiores y las superiores, dejándose un stock residual conformado por árboles de las clases centrales. Finalmente a medida que se alarga el ciclo de corta por sobre los 350 años, en general se observa que más individuos se empiezan a cosechar en las últimas clases y menos en las inferiores.

Analizando los esquemas generados por el manejo según la regla de stock óptimo, se aprecia que hasta ciclos de 340 años el modelo de optimización predice como óptimo la

cosecha completa del stock en crecimiento. Este resultado puede explicarse analizando la condición de primer orden de la maximización del valor económico del bosque (Adams, 1976). Se concluye que en el caso particular de la especie en estudio, el valor del crecimiento marginal relativo al valor marginal del stock residual no alcanza a igualarse al factor de descuento dado por la tasa de retorno alternativo aplicada (6%). En otras palabras, el óptimo se logra minimizando el costo de oportunidad del stock en crecimiento y por ende cosechando por completo el bosque.

A partir de los 350 años se observa que cambia el patrón de cosecha, llegándose a stocks y cosechas óptimas muy similares (aunque no iguales) a las de los otros dos métodos. Para estas longitudes de ciclo de cosecha la solución óptima permite la mantención de algún stock residual, dado que el valor marginal del crecimiento relativo al valor de stock de las clases marginales sería lo suficientemente alto como para igualarse a un factor de descuento que en un período tan largo se hace muy pequeño.

Comparando los tres criterios propuestos puede concluirse que el más recomendable para el manejo de la *Araucaria araucana* bajo un objetivo económico privado es el criterio de máximo VES, con un ciclo óptimo de cosecha de 340 años. Bajo estas condiciones se alcanza un valor económico del suelo (VES) de 105.791,1 US\$/ha. Aún cuando la maximización del IPA conduce a la misma prescripción en términos de cosecha y de stock residual óptimo, este criterio establece el manejo del recurso sobre la base de rotaciones cortas, las cuales son subóptimas en términos económicos.

La regla de stock óptimo también conduce a la elección de ciclos de menor período, pero el principal inconveniente para su aplicación en bosques de *Araucaria araucana* es la prescripción de la cosecha total del rodal. Aún cuando en términos del modelo la regeneración es asegurada por la presencia de una clase diamétrica implícita (árboles de diámetro inferior a 20 cm.), se duda de la sustentabilidad ecológica de un bosque con una estructura residual de este tipo. Esto porque en períodos de crecimiento poco prolongados, es improbable que el stock residual alcance la madurez reproductiva necesaria para una regeneración abundante en el mediano y largo plazo. Para períodos largos entre intervenciones, la regla de stock óptimo sí podría ser ecológicamente sustentable en el caso que la regeneración de *Araucaria* fuera capaz de establecerse en condiciones de muy baja densidad. De todas formas, aún en esta situación constituye un

criterio de manejo que permite ingresos levemente menores en comparación al de máximo VES y por ende no es óptimo desde la perspectiva económica.

Finalmente cabe señalar que bajo un criterio de máximo valor esperado del suelo, el rodal siempre tendrá valor económico en la medida que el valor neto de costos variables de la cosecha supere el costo fijo. Bajo la regla de stock óptimo en cambio, solo en ciclos de cosecha cortos la Araucaria tiene valor económico, dado que para ciclos largos el costo de oportunidad de mantener un stock residual en crecimiento supera largamente los ingresos actualizados de una serie de infinitas rotaciones madereras.

#### *Estimación del costo asociado a la condición de rendimiento sostenido.*

Habiéndose obtenido un esquema de manejo óptimo sujeto a una condición de rendimiento sostenido, puede estimarse el costo privado asociado a imponer este tipo de restricción. Este costo puede utilizarse para determinar el monto de medidas compensatorias en beneficio del productor forestal sustentable o para realizar evaluaciones sociales respecto de la relación costo-beneficio de un manejo sostenible de la especie.

Para determinar el costo de un manejo de rendimiento sostenido, es necesario comparar la mejor solución obtenida sujeta a esta condición con el óptimo económico no restringido. Ésta última solución se caracteriza por la cosecha total e inmediata de todo el stock disponible susceptible de ser aprovechado comercialmente, de forma de obtener un máximo ingreso maderero no descontado.

Considerando el estado de equilibrio dinámico predicho por el modelo como representativo de una condición promedio para bosques inalterados, se estimó el valor de su cosecha total (incluida la clase implícita de 15 cm. utilizada para estimar la regeneración), utilizando los volúmenes aprovechables de Laroze y Jones (1999) y el precio neto unitario de 197,7 US\$/m<sup>3</sup> calculado. El valor obtenido de esta manera asciende a 141.416,9 US\$/ha.

El costo estimado para la condición de rendimiento sostenido se estima por tanto restando el máximo VES obtenido (ciclo de cosecha de 340 años) a este valor. De esta forma, la imposición de un manejo sujeto a rendimiento sostenido tiene un costo privado estimado de  $141.416,9 - 105.791,1 = 35.625,8$  US\$/ha, lo cual corresponde aproximadamente a un 33% del VES del mejor manejo de rendimiento sostenido. Se considera que este costo es bastante elevado, por lo que introduce un importante incentivo económico para el manejo privado no sustentable de los bosques de *Araucaria araucana*.

El hecho anteriormente señalado hace pensar en la necesidad de instaurar mecanismos regulatorios públicos para la implementación práctica de políticas de manejo sustentable. Una alternativa sugerida es la administración estatal del recurso, con la concesión a privados de permisos de aprovechamiento sujetos a restricciones técnicas de cosecha que posibiliten el manejo sustentable. Alternativamente se considera la posibilidad de asignación de subsidios u otras transferencias estatales que beneficien a quienes realicen un manejo sustentable, lo cual permitiría mantener el recurso bajo propiedad privada. Los costos sociales propios de este tipo de soluciones se justificarán sólo en la medida que la sociedad asigne mayor valor a los beneficios derivados de la existencia de estos bosques.

## **CONCLUSIONES**

Se desarrolló un modelo matricial de crecimiento para bosques multietáneos de la especie *Araucaria araucana*, a partir de información de inventario de parcelas permanentes y mediante un algoritmo de simulación que permitió determinar los coeficientes del modelo.

Se realizó una validación del modelo desarrollado, comparando la estructura de largo plazo proyectada con tablas de rodal observadas para distintas condiciones de crecimiento. Este ejercicio permitió establecer que las proyecciones se ajustan bastante bien a la dinámica de largo plazo de la especie. Este hecho permite pensar que el modelo construido entrega proyecciones adecuadas como para su uso en el apoyo a la toma de decisiones de manejo en bosques multietáneos de *Araucaria*. De todas formas, hay que reconocer que en la trayectoria hacia el equilibrio se observan estructuras poco representativas, que se producen por una oscilación demasiado pronunciada del número de individuos de las clases diamétricas inferiores. Es por esta razón que no se

recomienda el uso de modelos de probabilidades constantes para proyecciones de largo plazo, sino más bien realizar una serie de proyecciones de corto plazo en distintos momentos del tiempo.

Se considera que siguiendo los procedimientos descritos en este trabajo, es posible generar modelos matriciales aplicables a diversas especies y tipos de bosques de estructura multietánea y multiespecies. En Chile, por ejemplo, sería posible desarrollar modelos aplicables a otros tipos forestales de estas características, como bosques siempreverdes, bosques mixtos de *Nothofagus spp.* o bosques dominados por especies coníferas, por mencionar sólo algunos ejemplos.

Se reconocen algunas limitaciones del modelo matricial generado, dadas particularmente por el comportamiento lineal de la regeneración y la invariabilidad en el tiempo de las probabilidades de transición. Un comportamiento lineal para la regeneración podría ser adecuado sólo dentro de un limitado rango de áreas basales, pero se duda de este patrón en condiciones de muy alta o muy baja densidad. De esta forma, la función utilizada podría describir de forma inadecuada los procesos de regeneración en rodales fuertemente intervenidos. El supuesto de invariabilidad en el tiempo de las probabilidades de transición, por su parte, resulta discutible dada la conocida dependencia de la mortalidad y el crecimiento respecto de las condiciones del rodal.

El primero de estos inconvenientes puede ser abordado mediante el desarrollo de modelos con regeneración no lineal, que permitan mayor flexibilidad en la caracterización de estos procesos. La invariabilidad de las probabilidades de transición puede corregirse ajustando modelos con probabilidades de transición dependientes del estado del rodal o volviendo a estimar los coeficientes del modelo de forma periódica.

El modelo ajustado fue utilizado para evaluar tres criterios de manejo alternativos: el máximo incremento anual periódico, la regla de stock óptimo para rodales multietáneos y el máximo valor esperado del suelo. Estos tres criterios fueron restringidos a una condición de rendimiento sostenido, definida como la cosecha de un volumen correspondiente al crecimiento que restituye la condición de equilibrio en un período igual al ciclo de cosecha. Para esto se planteó un modelo de programación lineal fácilmente implementable en cualquier software de optimización actual.

La formulación propuesta es bastante flexible, pudiendo utilizarse para evaluar no sólo criterios de manejo con orientación económica, sino también con objetivos de diversidad biológica (Buongiorno et al. 1995; Ralston et al., 2003) u otros usos que se le quiera dar a estos bosques. Por otra parte, pueden plantearse modelos matriciales que compatibilicen diferentes objetivos de manejo, mediante el uso de técnicas de programación multiobjetivo (Buongiorno et al. 1995). Adicionalmente es posible incorporar restricciones que permitan, por ejemplo, evaluar los costos asociados a imponer restricciones de cosecha o restricciones a la mantención de una determinada estructura del stock residual.

Respecto de los criterios de manejo, cabe señalar que ninguno de ellos es más adecuado que otro alternativo en toda situación, sino que responden a maneras particulares de afrontar las decisiones de uso del recurso. Dada la especie y los objetivos aquí planteados, el mejor esquema obtenido desde una perspectiva técnica y económica fue un ciclo de cosecha de 340 años bajo un criterio de máximo valor esperado del suelo, el cual entregó un VES de 105.791,1 US\$/ha.

Como estrategia general óptima económica de manejo sustentable de la Araucaria, se recomienda entonces la aplicación de cosechas fuertes en ciclos lo suficientemente largos como para reestablecer el volumen cosechado, bajo un criterio de maximización del valor esperado del suelo. Este criterio de manejo conduce a estructuras más sustentables que las generadas bajo la regla de stock óptimo y a ciclos económicamente preferibles a los de un esquema de máximo incremento anual periódico. Los resultados obtenidos indican que las estructuras resultantes de un manejo de este tipo se caracterizan por una baja densidad total, con ausencia de individuos en las clases centrales y superiores y con la mantención de algunos árboles en las inferiores. En términos del modelo estas condiciones favorecerían la regeneración del bosque, aunque en la realidad otras especies de más rápido crecimiento podrían desplazar a la Araucaria.

Es necesario señalar que las estimaciones realizadas de los valores madereros de los bosques de Araucaria son particulares, y en ningún caso deben ser utilizadas como justificación para emprender proyectos de aprovechamiento sin una rigurosa evaluación previa. Existen diversos elementos que impiden la generalización de los resultados reportados, como la incertidumbre respecto del marco regulatorio y del comportamiento

de los parámetros económicos en el tiempo, o la variabilidad en costos y condiciones de crecimiento inherente a cada explotación. Todos estos elementos deben, por tanto, ser considerados antes de emprender proyectos de aprovechamiento comercial de la especie.

Las proyecciones obtenidas con el modelo estimado pueden ser menos precisas en el largo plazo y por tanto deben ser tratadas con precaución. En primer lugar, no existe certeza si los elevados niveles de cosecha propuestos para rotaciones largas permiten la conservación de la especie en el tiempo, pues los ensayos de regeneración y crecimiento realizados hasta ahora se basan en cosechas selectivas bastante menos intensas que las aquí propuestas. Por otra parte, los esquemas de manejo basados en ciclos largos conducen a estructuras con densidades mucho menores a las utilizadas para el cálculo de las probabilidades de transición o para la estimación de la función de regeneración.

Cabe señalar que la *Araucaria araucana* crece en diversas condiciones ecológicas, muchas veces acompañada de otras especies arbóreas particularmente del género *Nothofagus*. El incorporar los efectos de estas especies acompañantes sobre la dinámica de la *Araucaria* podría alterar considerablemente las conclusiones acerca de estrategias óptimas de manejo para la especie.

Las soluciones de estado estacionario aquí presentadas no permiten determinar la conveniencia de alcanzar una condición de equilibrio. El problema de la trayectoria óptima del stock y la cosecha en el tiempo puede ser abordado en estudios posteriores mediante la aplicación de técnicas de control óptimo u optimización dinámica, las cuales podrían entregar resultados considerablemente distintos a los aquí presentados.

La obtención de ciclos óptimos muy por sobre el horizonte de planificación de una vida humana, abren la interrogante si es adecuada la aplicación de tasas de descuento privadas en la evaluación de decisiones respecto de estos bosques. Algunos autores plantean la aplicación de tasas tendientes a cero cuando se toman decisiones acerca de recursos naturales cuya existencia beneficia también a generaciones futuras (Brennan, 1995; Dasgupta, 2001).

Finalmente, cabe destacar que los resultados obtenidos motivan al menos a dejar abierta la discusión acerca de la conveniencia de mantener esta especie bajo su estado de



conservación actual. La evidencia obtenida permite pensar que es posible manejar la *Araucaria araucana* de forma sustentable y con considerables beneficios monetarios. Sin embargo, es claro que la propiedad privada no es una condición suficiente para asegurar la conservación del recurso, dado que existen fuertes incentivos económicos que presionan hacia su sobreexplotación. Estos incentivos se generan por el considerable ingreso adicional que se deja de percibir al imponer esquemas de manejo sustentable.

De esta forma, si se elimina su estatus de especie protegida, sería necesario implementar mecanismos estatales eficientes que aseguren la sustentabilidad del manejo de la Araucaria. Estos mecanismos debieran incorporar en su diseño componentes de incentivo, regulación, fiscalización y sanción, de forma de asegurar manejos acordes a los principios del uso sustentable del recurso forestal.

#### LITERATURA CITADA

Adams, D. M. 1976. A note on the interdependence of stand structure and best stocking in a selection forest. *Forest Science* 22:180-184.

Banco Central de Chile. 2004. Estadísticas económicas. [http://www.bcentral.cl/esp/infoeconomica/seriesindicadores/index\\_p.htm](http://www.bcentral.cl/esp/infoeconomica/seriesindicadores/index_p.htm)

Bosch, C. A. 1971. Redwoods: A population model. *Science* 172:345-349.

Brennan, T. J. 1995. Discounting the future: Economics and ethics. *Resources* 120:3-6.

Buongiorno, J.; Michie, B. R. 1980. A matrix model of uneven-aged forest management. *Forest Science* 26(4):609-625.

Buongiorno, J.; Peyron, F.; Houllier, F.; Bruciamacchie, M. 1995. Growth and management of mixed-species, uneven-aged forests in the French Jura: Implications for economic returns and tree diversity. *Forest Science* 41(3):397-429.

Burns, B. R. 1993. Fire-induced dynamics of *Araucaria araucana-Nothofagus antarctica* forest in the Southern Andes. *Journal of Biogeography* 20:669-685.

CONAF-CONAMA. 1997. Catastro y evaluación de los recursos vegetacionales nativos de Chile. Informe nacional sin variables ambientales. Universidad Austral de Chile. Pontificia Universidad Católica de Chile. Universidad Católica de Temuco. 98pp.

Chang, 1981. Determination of the optimal growing stock and cutting cycle for an uneven-aged stand. *Forest Science* 27(4):739-744.

Dasgupta, P. 2001. *Human Well-Being and the Natural Environment*. Oxford University Press. 328 pp.

Donoso, S. A. 1990. Crecimiento de *Araucaria araucana* (K. Koch) bajo diversas intensidades de corta. Tesis de Grado. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 73 pp.

Duerr, W. A.; Bond, W. E. 1952. Optimum stocking of a selection forest. *Journal of Forestry* 50:12-16.

Edwards, G. 2000. Introducción al análisis de sistemas dinámicos. Eds. Universidad Católica de Chile. Santiago, Chile. 371 pp.

Favrignon, V. 1998. Modeling the dynamics and species composition of a tropical mixed-species uneven-aged natural forest: Effects of alternative cutting regimes. *Forest Science* 44(1):113-124.

Faustmann, M. 1842. Berechnung des werthes, welchen waldboden sowie noch nicht haubare holzbestände für die wirtschafft besitzen. *Allgemeine Forest und Jagd Zeitung* 25: 441-455.

Gilabert, H. 2000. Informe pericial forestal. Causa Rol 99-96: Muro Cuadra Jaime contra el Fisco de Chile. Santiago, Chile. 13 pp.

Hawkes, C. 2000. Woody plant mortality algorithms: Description, problems and progress. *Ecological Modelling* 126:225-248.

Kaya, I.; Buongiorno, J. 1987. Economic harvesting of uneven-aged northern hardwood stands under risk: A Markovian decision model. *Forest Science* 33:889-907.

Laroze, A., Jones, F. 1999. Evaluación económica de bosques de *Araucaria*. CONAF. Documento de circulación restringida. 13 pp.

Michie, B. R. 1985. Uneven-aged stand management and the value of forest land. *Forest Science* 31:116-121.

Michie, B. R.; McCandless, F. D. 1986. A matrix model of oak-hickory stand management and the value of forest land. *Forest Science* 32(3): 759-768.

Modrego, F. 2005. Modelo matricial para el manejo de bosques multietáneos de *Araucaria araucana* (Mol.) Koch. *Mimeo*.

Mujica, R. 2003. Estudios sobre tratamientos silvícolas en Chile. En: Los Bosques de *Araucaria araucana* en Chile y Argentina. Edts. Rechene C.; Bava, J.; Mujica, R. Programa de Apoyo Tecnológico (TOB). GTZ. Eschborn, Alemania. pp. 3-80.

Muñoz, M. S. 2000. Crecimiento de un bosque de *Araucaria araucana* (Mol.) Koch bajo distintas intensidades de corta. Tesis de Grado. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 70 pp.

Mutarelli, E. 1966. Algunos aspectos dasométricos y dendrológicos de *Araucaria araucana*. *Revista Forestal Argentina* 3: 96-103.

Mutarelli, E; Orfila, E. 1970. Ensayo de tratamientos experimentales en bosques de *Araucaria araucana* (Mol.) Koch en la zona del Lago Moquehue, Neuquen. Argentina. . *Revista Forestal Argentina* 4: 109-123.

Ojeda, J. F. 1989. Plan de Manejo y volúmenes disponibles en el predio Quinquén. Solicitud aprobada por CONAF IX Región para la corta y reforestación de un bosque

nativo del tipo forestal Araucaria. Anexo 5. Certificado 6801. Corporación Nacional Forestal. Región IX.

Picard, N.; Bar-Hen, A.; Franc, A. 2002 Modelling forest dynamics with a combined matrix/individual-based model. *Forest Science* 48(4):643-652.

Picard, N; Bar-Hen, A.; Guédon, Y. 2003. Modelling diameter class distribution with a second-order matrix model. *Forest Ecology and Management*. 180(2): 389-400

Ralston, R.; Buongiorno, J.; Schulte, B.; Fried, J. 2003. Non-linear matrix modeling of forest growth with permanent plot data: The case of uneven-aged Douglas-fir stands. *International Transactions in Operational Research* 10:461-482.

Salomon, D. S.; Hosmer, R. A.; Hayslett, H. T. 1986. A two-stage matrix model for predicting growth of forest stands in the Northeast. *Canadian Journal of Forest Research* 16:521-528.

Usher, M. B. 1966. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selection forests. *Journal of Applied Ecology* 3:355-367.

Usher, M. B. 1969a. A matrix model for forest management. *Biometrics* 25:309-315.

Usher, M. B. 1969b. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selection forests-two extensions. *Journal of Applied Ecology* 6:247-248.

Usher, M. B. 1976. Extensions to models used in renewable resources management, which incorporate an arbitrary structure. *Journal of Environmental Management* 4:123-140.

Valdés, B. 1997. Impacto económico en una empresa privada por cambio en la legislación de *Araucaria araucana* (Mol.) Koch.: Análisis del caso Quinquén. Tesis de Grado. Universidad de Concepción, Facultad de Ciencias Forestales. Concepción, Chile. 178 pp.

Vanclay, J. K. 1995. Growth models for tropical forests: A synthesis of models and methods. *Forest Science* 41(1):7-42.

Veblen, T. T. 1982. Regeneration patterns in *Araucaria araucana* forests in Chile. *Journal of Biogeography* 9(1):11-28.